

**KEMAMPUAN PEMBUKTIAN MATEMATIS MAHASISWA MATEMATIKA PADA MATA KULIAH  
TEORI BILANGAN****Cut Multahadah<sup>1</sup>, Bunga Mardhotillah<sup>2</sup>**<sup>1,2</sup> Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Jambi, Jl. Jambi Ma.

Bulian KM. 13 Kabupaten Muaro Jambi, 36363

e-mail: [cutmultahadah@gmail.com](mailto:cutmultahadah@gmail.com), [bunga.mardhotillah@gmail.com](mailto:bunga.mardhotillah@gmail.com)**ABSTRAK**

Teori Bilangan adalah salah satu mata kuliah pada Program Studi Matematika. Capaian Pembelajaran pada mata kuliah tersebut adalah mampu membuktikan teorema yang terdapat dalam himpunan bilangan bulat. Untuk membuktikan teorema diperlukan kemampuan pembuktian matematis. Kemampuan pembuktian matematis mengharuskan mahasiswa untuk mampu menganalisa, memilah dan menghubungkan fakta yang diberikan dalam bentuk premis maupun konklusi. Strategi dalam pembuktian matematis salah satunya adalah pembuktian langsung. Pada penelitian ini memfokuskan pada gambaran kemampuan pembuktian matematis mahasiswa program studi matematika tahun ajaran 2022/2023 yang berjumlah 26 orang pada mata kuliah Teori Bilangan topik keterbagian yang terkait dengan strategi pembuktian langsung. Indikator yang dilihat dalam membuktikan secara langsung yaitu memenuhi indikator dalam membuktikan secara langsung yaitu mengembangkan premis menuju hasil yang valid. Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif dan kuantitatif dengan teknis analisis data menggunakan *Model Miles and Huberman* dan Tes. Hasil penelitian menunjukkan bahwa dari 26 siswa sebanyak 42,308% persen menjawab sempurna, 15,384% mahasiswa menjawab tidak sempurna dan 42,308% persen mahasiswa menjawab salah. Maka dapat disimpulkan kemampuan pembuktian matematis mahasiswa khususnya masalah pembuktian langsung pada program studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Jambi pada mata kuliah Teori Bilangan sebanyak 57,692% kategori baik dan 42,308% kategori buruk.

**Kata kunci : Kemampuan Pembuktian Matematis, Teori Bilangan, Mahasiswa Matematika, Jambi****ABSTRACT**

Number Theory is one of the courses in the Mathematics Study Program. The learning achievement in this course is being able to prove the theorem contained in a set of integers. To prove the theorem requires mathematical proof ability. The ability to prove mathematically requires students to be able to analyze, sort and relate the facts given in the form of premises and conclusions. One of the strategies in mathematical proof is direct proof. This study focuses on the description of the mathematical proof ability of students of the mathematics study program for the academic year 2022/2023, totaling 26 people in the Number Theory course on the topic of division related to direct proof strategies. The indicators that are seen in proving directly are fulfilling the indicators in proving directly, namely developing premise towards valid results. This research is a qualitative and quantitative research with technical data analysis using the Miles and Huberman Model and Tests. The results showed that from 26 students 42.308% percent answered perfectly, 15.384% students answered imperfectly and 42.308% percent of students answered incorrectly. So it can be concluded that the students' mathematical proof ability, especially the problem of direct proof in the Mathematics study program, Faculty of Science and Technology, Jambi University, in the Number Theory course is 57.692% in the good category and 42.308% in the bad category.

**Keywords : Mathematical Proving Ability, Number Theory, Math Student****1. PENDAHULUAN**

Peran Dosen yang dahulunya sebagai pusat pembelajaran (*teacher center*) tereformasi sebagai fasilitator pembelajaran yang memfasilitasi terbentuknya pengetahuan baru sebagai bentuk asosiasi dari pengetahuan yang diperoleh siswa sebelumnya. Mengacu pada persepsi yang beredar di kalangan masyarakat khususnya mahasiswa

menyatakan bahwa matematika merupakan cabang ilmu pengetahuan yang sulit dipahami dan menakutkan. Hal ini terjadi karena pengajaran matematika pada umumnya bersifat sangat teoritis dan tidak praktis. Untuk mengatasi hal tersebut, strategi pengajaran matematika (dan ilmu pengetahuan alam pada umumnya) harus ditekankan pada pengembangan cara penyajian yang menarik,

efektif pemahamannya serta efisien cara penyajiannya Glynn (1992). Teori Bilangan merupakan salah satu mata kuliah pada Prodi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Jambi. Mata Kuliah ini memiliki porsi 2 sks dan menjadi mata kuliah wajib program studi. Capaian dari mata kuliah ini salah satunya mahasiswa mampu melakukan pembuktian pada teorema teorema yang terdapat dalam himpunan bilangan bulat.

Kemampuan pembuktian matematis melibatkan masalah matematika yang membutuhkan kejelian mahasiswa dalam menganalisis, memilah dan menghubungkan fakta dalam bentuk premis maupun konklusi. Solow (1990) menyatakan bahwa matematika adalah bahasa para matematikawan dan pembuktian adalah cara menyampaikan kebenaran matematika. Menurut Kusumah (1986) argument merupakan serangkaian pernyataan yang mempunyai ungkapan pernyataan penarikan kesimpulan sehingga terdapat kata-kata seperti: “jadi”, “maka”, “oleh karena itu”, dan semacamnya. Dalam sebuah argument terdapat premis-premis yang merupakan kelompok kata sebelum kata “jadi”, “maka”. Menurut Kusumah (1986) kelompok lain yang hanya terdiri atas satu pernyataan merupakan konklusi. Penarikan kesimpulan dari premis-premis terhadap konklusi bisa bernilai benar atau salah. Menurut Nurrahmah&Karim (2018) kemampuan pembuktian matematis merupakan kemampuan seseorang dalam berargumentasi secara logis dan mempertahankan argumennya sehingga diperoleh hasil yang valid. Sedangkan indicator pembuktian matematis menurut Lestari (2015) antara lain membaca pembuktian matematis, melakukan pembuktian matematis secara langsung, tak langsung ataupun induksi matematika, dan mengkritik pembuktian dengan menambah, mengurangi atau Menyusun Kembali suatu pembuktian matematis.

Dalam membuktikan premis menuju konklusi dalam matematika dikembangkan secara deduktif dalam bentuk lemma, teorema dan *corollary* (Kusnandi,2008). Lemma digunakan pada suatu pernyataan yang digunakan sebagai bagian untuk membuktikan sebuah teorema yang lebih besar. Teorema dari suatu objek biasa disebut sifat sifat diturunkan dari definisi berdasarkan aturan yang telah diketahui sebelumnya atau melalui lemma yang sudah diketahui terlebih dahulu. Hal yang khusus dari suatu teorema dikembangkan menjadi sebuah *corollary* (akibat).

Menurut (Sabri, dkk, 2003) dalam membuktikan lemma, teorema ataupun sebuah

*corollary*, kemampuan mahasiswa akan hal ini kurang. Misalnya mahasiswa dihadapkan pada masalah pembuktian bentuk implikasi yaitu  $p \rightarrow q$ . Pada bentuk ini mahasiswa dituntut untuk mengelaborasi fakta  $p$  dan tujuan yaitu  $q$ . Bentuk masalah seperti ini salah satu pembuktian yang dapat digunakan yaitu pembuktian langsung.

Pembuktian Langsung merupakan strategi membuktikan masalah matematis langsung dari pernyataan yang akan dibuktikan dengan mengembangkan premis. Argumentasi dari pembuktian secara langsung digambarkan seperti ilustrasi berikut.



**Gambar 1. Mengembangkan Premis**

Menurut Sumarmo (2012) contoh pembuktian langsung yaitu diketahui  $x$  bilangan genap dan  $y$  bilangan ganjil. Akan ditunjukkan bahwa  $k(x+y)$  adalah bilangan ganjil dengan  $k$  adalah bilangan ganjil. Tahapan pembuktian masalah ini memerlukan pembuktian langsung karena langsung membuktikan pernyataan yang ada dengan mengembangkan premis ( $p$ ).

#### **Bukti:**

$x$  bilangan genap dinyatakan sebagai  $x=2p$  dengan  $p$  bilangan bulat.

$y$  bilangan ganjil dinyatakan sebagai  $y=2q+1$  dengan  $q$  bilangan bulat.

$$\text{Maka } x + y = (2p) + (2q + 1) \\ = 2(p + q) + 1$$

$k$  diketahui bilangan ganjil dengan  $k=2m+1$  dengan  $m$  bilangan bulat.

$$k(x + y) = (2m + 1)(2(p + q) + 1) \\ = 2(2m(p + q) + m + p + q) + 1$$

Mis  $t$  adalah bilangan bulat

$$= 2t + 1, \text{ adalah bentuk bilangan ganjil. } \blacksquare$$

Berdasarkan uraian diatas maka penelitian ini akan menggambarkan kemampuan pembuktian matematis mahasiswa program studi matematika Universitas Sains dan Teknologi pada mata kuliah Teori Bilangan yang memenuhi indikator dalam membuktikan secara langsung yaitu mengembangkan argumen menuju hasil yang valid.

## **2. METODE PENELITIAN**

Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif dan kuantitatif dengan Teknik analisis data menggunakan *Model Miles and Huberman* dan Tes. Komponen dalam analisis data *Model Miles and Huberman* ini menurut Sugiyono (2013) meliputi reduksi data, *Display* data dan kesimpulan atau

verifikasi. Sedangkan analisis data kuantitatif berupa satu soal essay yang berkaitan dengan pembuktian langsung. Sedangkan sampel penelitian ini berjumlah 26 mahasiswa yang mengikuti mata kuliah Teori Bilangan pada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Jambi. Tahapan dari penelitian ini yaitu Dosen sebagai fasilitator memberikan materi terkait dengan definisi dan konsep keterbagian dan pembuktian langsung yang membuktikan teorema didalamnya. Selanjutnya dosen memberikan evaluasi tentang pemahaman mahasiswa berupa soal tentang pembuktian matematis kepada mahasiswa. Selanjutnya semua siswa mengerjakan secara individu. Jawaban dari soal kemampuan pembuktian matematis diberi bobot maksimum 100. Kemudian kemampuan mahasiswa dalam pembuktian matematis dianalisis berdasarkan persentase banyaknya kelompok siswa yang menjawab benar (sempurna) jika bobot yang diperoleh  $70 < \text{nilai} \leq 100$ , tidak sempurna yaitu bobot yang diperoleh mahasiswa  $20 < \text{nilai} \leq 70$  dan salah jika  $\text{nilai} \leq 20$ .

Soal kemampuan pembuktian matematis yang diberikan terkait pembuktian langsung berupa teorema sebagai berikut:

$$a, b \in \mathbb{Z}, a, b > 0$$

maka himpunan kombinasi linier dari  $a$  dan  $b$  adalah kelipatan  $(a, b)$ . (Burton, 1980).

### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

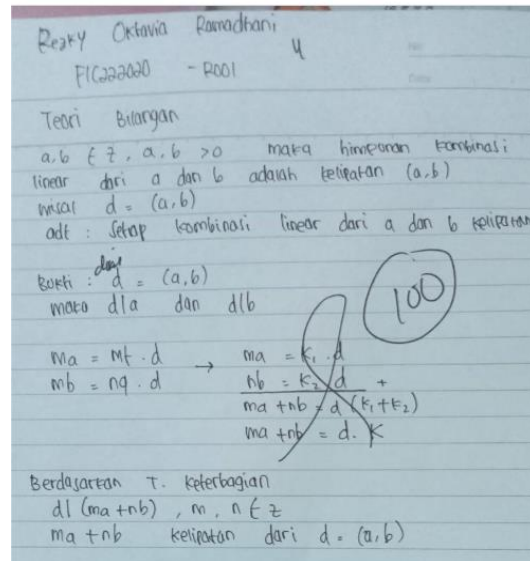
Pelaksanaan penelitian ini dilakukan pada semester genap 2022/2023 pada topik bahasan keterbagian. Setelah membahas teorema algoritma pembagian terdapat definisi faktor persekutuan terbesar (*Great Common Divisor*)  $d$  dalam dan diberikan definisi bahwa  $a \in \mathbb{Z}$ ,  $a$  adalah factor persekutuan  $b$  dan  $c$  jika  $a|b$  dan  $a|c$ . Notasi matematisnya adalah  $a = (b, c)$ . Selanjutnya mahasiswa diminta untuk membuktikan bahwa

$$a, b \in \mathbb{Z}, a, b > 0$$

maka himpunan kombinasi linier dari  $a$  dan  $b$  adalah kelipatan  $(a, b)$ . Hasil jawaban

mahasiswa menggambarkan kemampuan pembuktian matematis mahasiswa tentang pembuktian secara langsung. Selanjutnya berdasarkan hasil jawaban mahasiswa dikelompokkan berdasarkan mahasiswa yang mampu menjawab sempurna dengan skor 100, mahasiswa yang menjawab tidak sempurna dengan skor 70 dan mahasiswa yang menjawab salah dengan skor 20.

Untuk kategori mahasiswa yang mampu menjawab sempurna digambarkan dengan sebagai berikut.



Resty Oktavia Ramadhani  
FIC222020 - R001

Teori Bilangan

$a, b \in \mathbb{Z}, a, b > 0$  maka himpunan kombinasi linier dari  $a$  dan  $b$  adalah kelipatan  $(a, b)$

misal  $d = (a, b)$

ada: setiap kombinasi linier dari  $a$  dan  $b$  kelipatan

Bukti:  $d = (a, b)$

maka  $d|a$  dan  $d|b$

$ma = m_1 \cdot d \rightarrow ma = k_1 \cdot d$

$nb = n_1 \cdot d \rightarrow nb = k_2 \cdot d$

$ma + nb = d(k_1 + k_2)$

$ma + nb = d \cdot k$

Berdasarkan T. keterbagian

$d|(ma + nb), m, n \in \mathbb{Z}$

$ma + nb$  kelipatan dari  $d = (a, b)$

**Gambar 2. Mahasiswa Dengan Jawaban Sempurna**

Berdasarkan gambar 2 Mahasiswa mampu menyatakan premis yang diketahui dari suatu pernyataan dan menunjukkan bahwa mahasiswa tersebut bertemu dengan masalah pembuktian langsung. Argumentasi yang disusunnya dengan mengembangkan premis yang ada yaitu  $a, b \in \mathbb{Z}, a, b > 0$

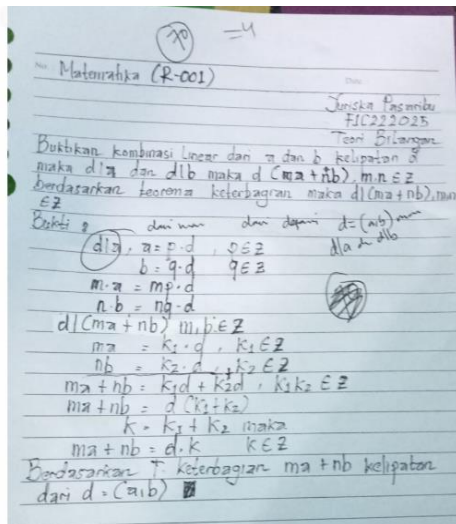
misalkan  $d$  adalah kelipatan  $(a, b)$

maka

$d = (a, b)$  dan dari definisi  $d|a$  dan  $d|b$ .

Selanjutnya dia mendefinisikan  $d|a$  dan  $d|b$  kemudian hasil definisi  $d|a$  dan  $d|b$  dikalikan dengan  $m$  dan  $n$  dengan  $m, n \in \mathbb{Z}$ . Sehingga diperoleh  $d|ma + nb$  yang merupakan bentuk kombinasi linear dari  $a$  dan  $b$ . Jumlah siswa yang menjawab sempurna adalah 11 orang.

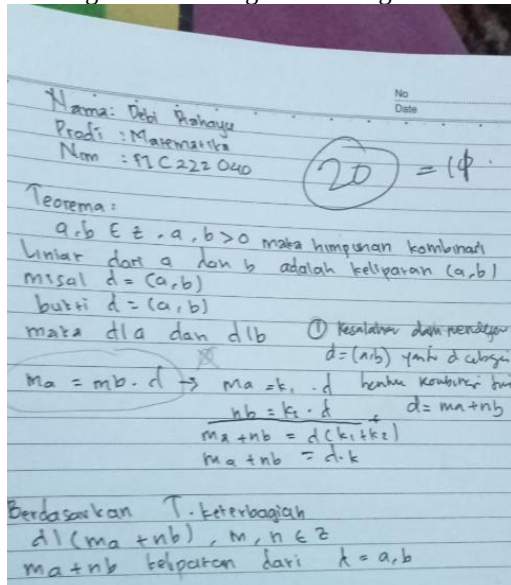
Kategori mahasiswa yang menjawab tidak sempurna dengan skor 70 dan uraian jawabannya terlihat pada Gambar 2 berikut ini:



**Gambar 3. Mahasiswa dengan Jawaban Tidak Sempurna**

Berdasarkan gambar 3 mahasiswa telah mampu memahami bahwa permasalahan ini merupakan pembuktian secara langsung. Kesalahannya adalah mahasiswa tersebut tidak menjabarkan secara terstruktur bahwa  $d|a$  dan  $d|b$  diperoleh dari definisi  $d = (a, b)$ . Untuk jawaban selanjutnya mahasiswa telah menjabarkan dengan benar. Jumlah mahasiswa yang menjawab tidak sempurna adalah 4 orang.

Sedangkan kategori mahasiswa yang menjawab salah dengan skor 20 tergambar sebagai berikut.



**Gambar 4. Mahasiswa dengan Jawaban Salah**

Berdasarkan gambar 4 terlihat mahasiswa belum mampu menentukan premis yang harus dikembangkan dari pernyataan yaitu kesalahan mendefinisikan  $d = (a, b)$  merupakan kelipatan  $a$  dan  $b$  dan kesalahan bentuk

$ma + nb$  dikali dengan  $d$ . Jumlah mahasiswa yang menjawab salah adalah 11 orang.

Berdasarkan kategori mahasiswa yang menjawab masalah pembuktian langsung terdapat 11 orang mahasiswa yang menjawab sempurna, 4 orang mahasiswa yang menjawab tidak sempurna dan 11 orang mahasiswa menjawab salah. Jadi dari 26 mahasiswa 42,308% mahasiswa menjawab sempurna, 15,384% mahasiswa menjawab tidak sempurna dan 42,308% mahasiswa menjawab salah. Jadi kemampuan pembuktian matematis mahasiswa khususnya masalah pembuktian langsung pada program studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Jambi pada mata kuliah Teori Bilangan sebanyak 15 orang atau 57,692% kategori baik dan 42,308% kategori buruk.

#### 4. KESIMPULAN DAN SARAN

Pada penelitian ini memfokuskan pada gambaran kemampuan pembuktian matematis mahasiswa program studi matematika tahun ajaran 2022/2023 yang berjumlah 26 orang pada mata kuliah Teori Bilangan topik keterbagian yang terkait dengan strategi pembuktian langsung dengan indikator pembuktian matematis yaitu kemampuan mengembangkan premis hingga memperoleh hasil yang valid. Hasil penelitian menunjukkan bahwa dari 26 siswa sebanyak 42,308% persen menjawab sempurna, 15,384% mahasiswa menjawab tidak sempurna dan 42,308% persen mahasiswa menjawab salah. Maka dapat disimpulkan kemampuan pembuktian matematis mahasiswa khususnya masalah pembuktian langsung pada program studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Jambi pada mata kuliah Teori Bilangan sebanyak 57,692% kategori baik dan 42,308% kategori buruk.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Arnawa. 2006. *Meningkatkan Kemampuan Pembuktian Mahasiswa dalam Aljabar Abstrak Melalui Pembelajaran Berdasarkan Teori APOS.* (Disertasi). Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia.
- Burton, D.M. 1980. *Elementary Number Theory Revised Printing.* University of New Hampshire. London.
- Glynn, Jerry. (1992). *Exploring Math from Algebra to Calculus with DERIVE.* A Mathematical Assistant.

- Juandi, D. 2006. *Meningkatkan Daya Matematik Mahasiswa Calon Guru Matematika Melalui Pembelajaran Berbasis Masalah*. (Disertasi). Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia
- Kusnandi. 2008. *Pembelajaran Matematika dengan Strategi Abduktif-Deduktif untuk Menumbuhkan Kemampuan Membuktikan Pada mahasiswa* (Disertasi). Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia.
- Kusumah, Y. 1986 *Logika Matematika Elementer*. Bandung: Tarsito.
- Lestari, Kurunia Eka. 2015. Analisis Kemampuan Pembuktian Matematis Mahasiswa Menggunakan Pendekatan Induktif-Deduktif Pada Mata Kuliah Analisis Real. *Jurnal Mendidik* No. 2 Volume 1.
- Nurrahmah, A & Karim, A. 2018. Analisis Kemampuan Penalaran Matematis pada Mata Kuliah Teori Bilangan. *Jurnal Edumath*. Volume 4 No. 2. 2018 DOI:[10.26638/je.753.2064](https://doi.org/10.26638/je.753.2064). ISSN Cetak: 2356-2064.
- Sabri. 2003. *Prospective Secondary School Teachers' Conceptions of Mathematical Proof in Indonesia*. Thesis: Curtin University of Technology.
- Sollow. 1990. *How to Read danDo Proofs: An Introduction to Mathematical Thought Processes*. Kanada: John Wiley & Sons, Inc.
- Sugiyono. 2013. *Metode Penelitian Kombinasi (Mixed Methods)*. Bandung: Alfabeta.
- Sumarmo, U. 2013. *Proses Berpikir Matematik*. Bandung: STKIP Siliwangi.